Chapitre : Les pourcentages

I- Définition

On appelle pourcentage (ou tant pour cent) le rapport constant des mesures de deux grandeurs propositionnelles quand la mesure de la seconde est 100.

C'est donc un rapport dont le dénominateur est égal à 100.

Du point de vue calcul mathématique, on a deux cas distincts :

- soit le pourcentage s'applique sur une **quantité connue**, nous l'appelons alors **pourcentage direct** ;
- soit le pourcentage s'applique sur une **quantité inconnue**, nous l'appelons dans ce cas, **pourcentage indirect**.

II- Pourcentage direct

Exemple

Un commerçant achète un article au prix de 8 000 DH. Il désire réaliser un bénéfice de 20% sur le prix d'achat. Quel sera alors son bénéfice ?

- Solution

$$\text{Bénéfice : } \frac{8\,000 \times 20}{100}$$

Cette expression peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$\text{Bénéfice} = 8\,000 \times \frac{20}{100} \rightarrow \textbf{bénéfice = 1 600 DH.}$$

Plus généralement, une quantité représentée par un pourcentage de x% applicable à une quantité connue P, se calcule comme suit :

$$p \times \frac{x}{100}$$

III- Pourcentage indirect

Exemple

Un commerçant achète une marchandise à 12 000 DH et désire réaliser un bénéfice de 20% sur **le prix de vente**. Quel sera, dans ce cas, son bénéfice ?

N .B. : Lorsque le bénéfice est calculé sur le prix de vente, on l'appelle « marge brute » ou « taux de marque ».

- Solution

En observant bien l'expression « bénéfice de 25% sur le prix de vente », nous conclusions que : **le bénéfice (B) = 25** chaque fois que le **P.V. = 100** et par voie de conséquence, le prix d'achat (P.A) sera égal à : 100 – 25 = **75**.

Ces trois éléments peuvent être disposés dans un tableau appelé « tableau de concordance ».

P.A	75
+ B	25
P.V.	100

A partir de ce tableau, nous pouvons calculer n'importe quel élément en fonction des deux autres.

De ce fait, nous pouvons calculer le bénéfice en fonction de l'élément connu qu'est le P.A.

$$B = \frac{25}{75} \times P.A.$$

$$B = \frac{25}{75} \times 12.000 \longrightarrow \textbf{Bénéfice = 4 000 DH}$$

Généralisation :

Si le bénéfice est égal à x % du P.V., on a :

P.A.	100 – x
+ B	x
P.V.	100

d'où

$$B = \frac{x}{100 - x} \times P.A.$$

VI – Applications des pourcentages aux réductions

En général, le commerçant accorde à ses clients une réduction de a%, calculée sur le prix de vente public appelé aussi :

- Prix de vente-catalogue (P.V.C.)
- Prix de vente brut (P.V.B.)
- Prix de vente marqué (P.V.M.)

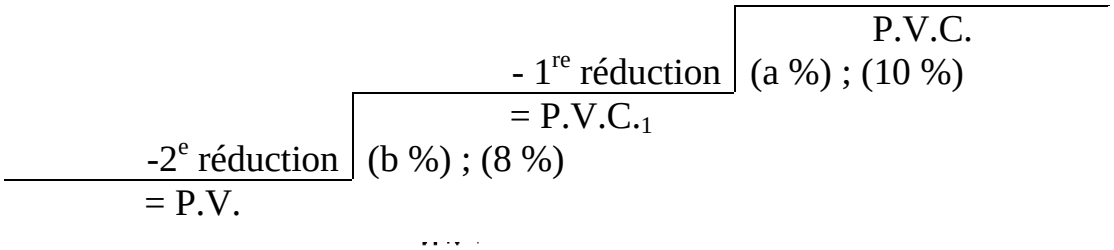
Remarque :

Si on a plusieurs réductions, on les calcule en cascade, c'est-à-dire successivement.

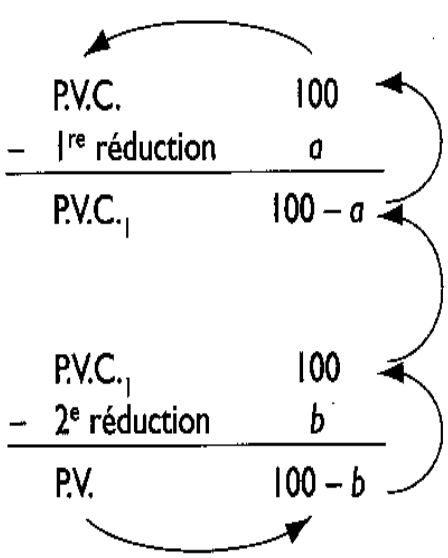
Soient :

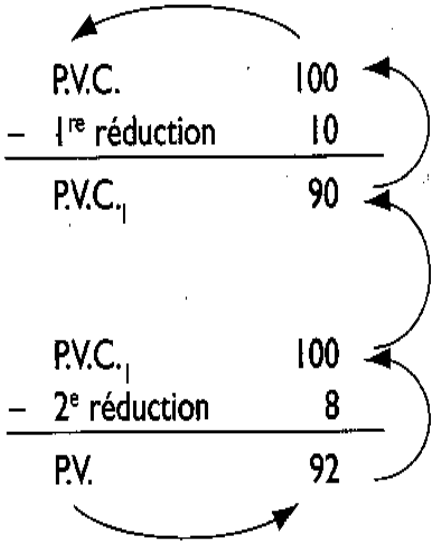
- P.V.C. : prix de vente-catalogue,
- P.V. : prix de vente net,
- a %, b %, … : les réductions successives (exemple : 10 % et 8 %).

Schéma :



Tableaux de concordance





A partir de ces 2 tableaux de concordance, on peut calculer directement et par simple lecture (voir flèches) :
- le P.V.C. en fonction du P.V.
- ou le P.V. en fonction du P.V.C.

N.B : les flèches peuvent se lire dans les deux sens.

1-1- Calcul du P.V.C. en fonction du P.V.
Le point de départ est le P.V.C.
Le point d'arrivée est le P.V.

Pour utiliser les tableaux précédents, on commence par poser l'élément à calculer (point de départ) et on termine par l'élément connu (point d'arrivée)

$$P.V.C. = \frac{100}{100 - a} \times \frac{100}{100 - b} \times P.V.$$

$$P.V.C. = \frac{100}{90} \times \frac{100}{92} \times P.V.$$

$100 - 10 \quad 100 - 8$

1- 2- Calcul du P.V. en fonction du P.V.C.

Rappel :

Point de départ : **P.V.** ⟶ à calculer

Point d'arrivée : **P.V.C.** ⟶ connu

$P.V. = \frac{100 - b}{100} \times \frac{100 - a}{100}$ x P.V.C. qu'on peut écrire sous la forme suivante :

$$P.V = \frac{100 - a}{100} \times \frac{100 - b}{100} \times P.V.C$$

Dans l'exemple chiffré, on a :

$$P.V = \frac{90}{100} \times \frac{92}{100} \times P.V.C$$

Remarque :

Lorsqu'on a plusieurs réductions, on peut intervertir leur ordre, mais on ne doit jamais les additionner.

V- Coefficient multiplicateur et taux de bénéfice

Le coefficient multiplicateur est le nombre qui permet de passer de la quantité connue à la quantité inconnue par une seule multiplication.

Exemples

- Passer du prix d'achat (P.A.) au prix de vente net (P.V.).
- Passer du coût de revient (C.R.) au prix de vente à la clientèle (P.V.C.)…

VI- Influence des taxes (T.V.A.)

Le prix de vente marqué sans taxe, dit aussi « hors taxe ». (P.V.H.T.) est passible d'une taxe appelée « taxe sur la valeur ajoutée » (T.V.A.).

En principe, cette taxe est exprimée en un pourcentage de ce prix.

Les commerçants incluent cette taxe dans leur prix de vente hors taxe qui est appelé alors « prix de vente taxe comprise » (P.V.T.C.).

Si le taux de la T.V.A. est t %, on a :

	P.V.H.T.	100
+	taxe	t
	P.V.T.C.	100 + t

Exemple

Déterminer le prix de vente, toutes taxes comprises, d'une marchandise qui était vendue 5 610 DH hors taxes, si le vendeur désire incorporer dans son prix la T.V.A. de 20%.

- Solution

	P.V.H.T.	100
+	taxe	20
	P.V.T.C.	120

$$P.V.T.C. = \frac{120}{100} \times P.V.H.T.$$

$$P.V.T.C. = \frac{120}{100} \times 5\,610$$

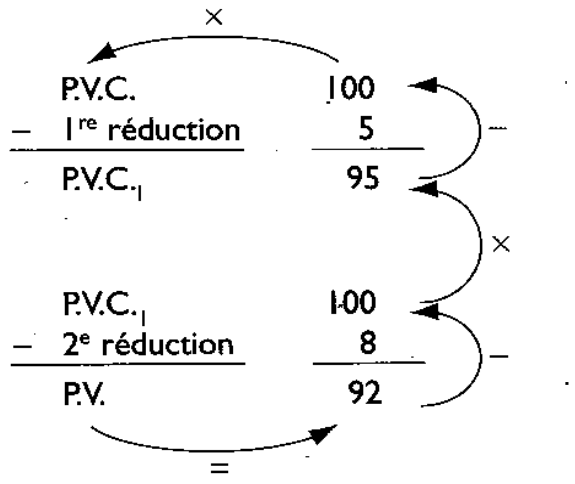
P.V.T.C. = 6 732 DH

APPLICATIONS

- **Application 1**

Le prix de vente à la clientèle (P.V.C.) d'un article est fixé à 2 500 DH. Sachant que, lors des soldes, le commerçant accorde à tout acheteur deux remises de 5 et 8%, calculer le prix de vente net de l'article.

- Solution



$$P.V. = \frac{92}{100} \times \frac{95}{100} \times P.V.C.$$

$$P.V. = \frac{92}{100} \times \frac{95}{100} \times 2\,500$$

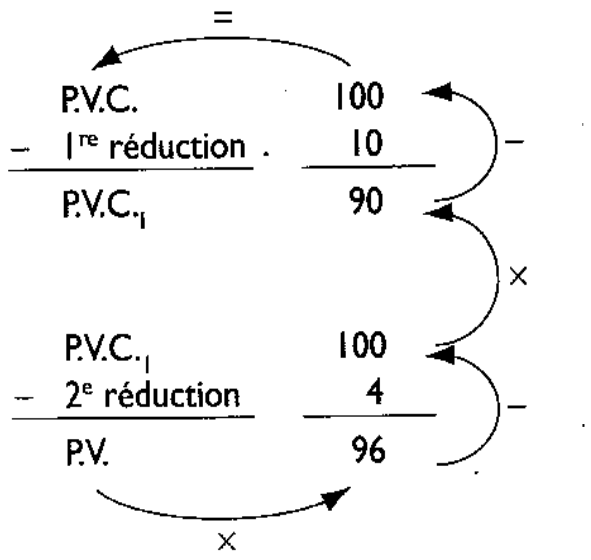
P.V. = 2 185 DH

Le prix de vente net sera de 2 185 DH.

- **Application 2**

Un commerçant décide de fixer le prix de vente net d'un meuble de bureau à 5 400 DH. Quel sera le prix de vente à la clientèle s'il désire accorder à tout acheter deux réductions successives de 10 et 4% ?

- Solution



$$P.V.C. = \frac{100}{90} \times \frac{100}{96} \times P.V.$$

$$P.V.C. = \frac{100}{90} \times \frac{100}{96} \times 5\,400$$

$$P.V.C. = \frac{10}{9} \times \frac{25}{24} \times 5\,400$$

P.V.C. = 6 250

Le P.V.C. sera fixé à 6 250 DH.

- **Application 3**

  Une marchandise, achetée 3 526 DH, a été vendue 4 231,20 DH.

  1) Quel est le taux de bénéfice réalisé sur le prix d'achat ?
  2) En déduire le coefficient multiplicateur.

- Solution

1) Pourcentage de bénéfice sur le prix d'achat

Bénéfice réalisé : 4 321,20 – 3 526 = 705,20

On désire calculer le pourcentage de **bénéfice** sur le **prix d'achat** ; donc on pose les 2 éléments soulignés.

	P.A.		B
Pour	3 526	⟶	705.20
Pour	100	⟶	t

On pose, par la suite, une proportion (égalité de 2 rapports) :

$$\frac{3\,526}{100} = \frac{705{,}20}{t} \quad \text{d'où } t = \frac{100 \times 705{,}20}{3\,526} = \mathbf{20}.$$

Le bénéfice représente 20% du P.A.

2) Coefficient multiplicateur

D'après la définition, on peut écrire :

P.V.= P.A. x coefficient multiplicateur (K) d'où $K = \frac{P.V.}{P.A.} = \frac{4\,231{,}20}{3\,526} = \mathbf{1{,}20}$ ou bien à l'aide du tableau de concordance en utilisant le pourcentage trouvé précédemment :

	P.A.	100
+	B	20
	P.V.	120

Tirons le P.V. en fonction du P.A.,

$$P.V. = \underbrace{\frac{120}{100} \times P.A.}$$

$$K = \frac{120}{100} = \mathbf{1{,}20}.$$ Coefficient multiplicateur