Solution :

1/-

Periode	Ventes	Moyennes mobiles
1	655	
2	664	
3	1 000	774 75
4	735	835,50
5	745	916,88
6	1 060	968,75
7	1 255	1 006,25
8	895	1 040,63
9	885	1 096,25
10	1 195	1 158,75
11	1 565	1 202,50
12	1 085	1 281,25
13	1 045	1 393,13
14	1 665	1 495,00
15	1 990	
16	1 475	

La série des moyennes mobiles montre l'accélération de la croissance des ventes durant les dernières périodes.

2/-

Les coefficients saisonniers sont calculés par le rapport des ventes aux moyennes mobiles. Les coefficients moyens calculés sont ajustés afin que leur somme des coefficients soit égale à 4.

* Calcul des coefficients de chaque trimestre :

Trimestre	Ventes	Moyennes mobiles	Coefficients (a)
1	655		
2	664		
3	1 000	774,75	1,291
4	735	835,50	0,880
5	745	916,88	0,813
6	1 060	968,75	1,094
7	1 255	1 006,25	1,247
8	895	1 040,63	0,860
9	885	1 096,25	0,807
10	1 195	1 158,75	1,031
11	1 565	1 202,50	1,301
12	1 085	1 281,25	0,847
13	1 045	1 393,13	0,750
14	1 665	1 495,00	1,114
15	1 990		
16	1 475		

a

* Calcul des coefficients moyens :

	N-3	N-2	N-1	N	Moyenne des coefficients	Coefficients ajustés (a)
Trimestre 1		0,813	0,807	0,750	0,790	0,788
Trimestre 2		1,094	1,031	1,114	1,080	1,077
Trimestre 3	1,291	,247	1,301		1,280	1,276
Trimestre 4	0,880	0,860	0,847		0,862	0,859
				Total	4,012	4,000

$$x \quad \frac{4}{4.012}$$

* Calcul des ventes désaisonnalisées :

$$\text{Ventes désaisonnalisées} = \frac{\text{Versée}}{\text{Coefficient saisonnier}}$$

Trimestre	Ventes	Coefficient	Ventes désaisonnalisées
1	655	0,788	831,22
2	664	1,077	616,53
3	1 000	1,276	783,70
4	735	0,86	854,65
5	745	0,788	945,43
6	1 060	1,077	984,22
7	1 255	1,276	983 54
8	895	0,86	1 040,70
9	885	0,788	1 123,10
10	1 195	1,077	1 109,56
11	1 565	1,276	1 226,49
12	1 085	0,86	1 261,63
13	1 045	0,788	1 326,14
14	1 665	1,077	1 545,96
15	1 990	1,276	1 559,56
16	1 475	0,86	1 715,12

3/-

Choix d'un modèle d'ajustement

Ajustement linéaire par les moindres carrés

* Calcul de la droite de tendance :

Droite de tendance			
x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2
1	831,22	831,22	1,00
2	616,53	1 233,06	4,00
3	783,70	2 351,10	9,00
4	854,65	3 418,61	16,00
5	945,43	4 727,16	25,00
6	984,22	5 905,29	36,00
7	983,54	6 884,80	49,00
8	1 040,70	8 325,58	64,00
9	1 123,10	10 107,87	81,00
10	1 109,56	11 095,64	100,00
11	1 226,49	13 491,38	121,00
12	1 261,63	15 139,53	144,00
13	1 326,14	17 239,85	169,00
14	1 545,96	21 643,45	196,00
15	1 559,56	23 393,42	225,00
16	1 715,12	27 441,86	256,00
136	17 907,55	173 229,82	1 496,00

$$x = \frac{136}{16} = 8{,}5$$

$$y = \frac{17\,907{,}55}{16} = 1\,119{,}22$$

$$a = \frac{xiyi - nxy}{x_i^2 - nx^2} = \frac{173\,229{,}82 - (16 \times 8{,}50 \times 1\,119{,}22)}{1\,496 - (16 \times 8{,}50^2)} = 6181$$

$$b = y - ax = 1\,119{,}22 - 61{,}81 \times 8{,}50 = 593{,}84$$

4/-

Ajustement par une fonction exponentielle ($y = b.a^x$)

On revient à un ajustement linéaire pas changement de variable : Y = log(y), A = log(a) et B = log(b) $y = b.a^x \Leftrightarrow \log(y) = \log(b) + x.\log(a) \Leftrightarrow Y = Ax+B$

Calcul de l'ajustement Y = Ax + B

x_i	y_i	$Y = \log(y_i)$	$x_i \times \log(y_i)$	x_i^2
1	831,22	2 920	2,920	1
2	616,53	2,790	5,580	4
3	783,70	2,894	8,682	9
4	854,65	2,932	11,727	16
5	945,43	2,976	14,878	25
6	984,22	2,993	17,959	36
7	983,54	2,993	20,950	49
8	1 040,70	3,017	24,139	64
9	1 123,10	3,050	27,454	81
10	1 109,56	3,045	30,452	100
11	1 226,49	3,089	33,975	121
12	1 261,63	3,101	37,211	144
13	1 326,14	3,123	40,594	169
14	1 545,96	3,189	44,649	196
15	1 559,56	3,193	47,895	225
16	1 715,12	3,234	51,749	256
136		48,539	420,812	1 496

$$x = \frac{136}{16} = 8{,}5$$

$$y = \frac{48{,}539}{16} = 3{,}034$$

$$A = \frac{xiyi - nxy}{x_i^2 - nx^2} = \frac{420{,}812 - (16 \times 8{,}50 \times 3{,}034)}{1\,496 - (16 \times 8{,}50^2)} = 6181$$

$$B = Y - Ax = 3{,}034 - 0{,}024 \times 8{,}50 = 2{,}83 \Rightarrow b = 10^{2{,}83} = 676$$

$$y =$$

5/-

Prévisions des ventes pour l'année N

La prévision réalisée en deux étapes :

- prévision de la donnée désaisonnalisée par extrapolation de la tendance dégagée ;
- saisonnalisation de la prévision : prévision saisonnalisée = prévision tendance x coefficient saisonnier

	x_i	$y = b.a^x$	Prévision saisonnalisée
Trimestre 1	17	1 734,69	1 366,94 (a)
Trimestre 2	18	1 833,57	1 974,75 (b)
Trimestre 3	19	1 938,08	2 472,99
Trimestre 4	20	2 048,55	1 759,70

(a) 1 734,69 x 0,788 = 1 366,94
(b) 1 833,57 x 1,077 = 1 974,75

6/-

Lissage exponential

Le lissage exponentiel n'est pas adapté à la prévision des ventes quand la tendance est croissante comme nous l'avons observé dans les questions précédentes.