Module : Statistiques

Chapitre : Les séries chronologiques

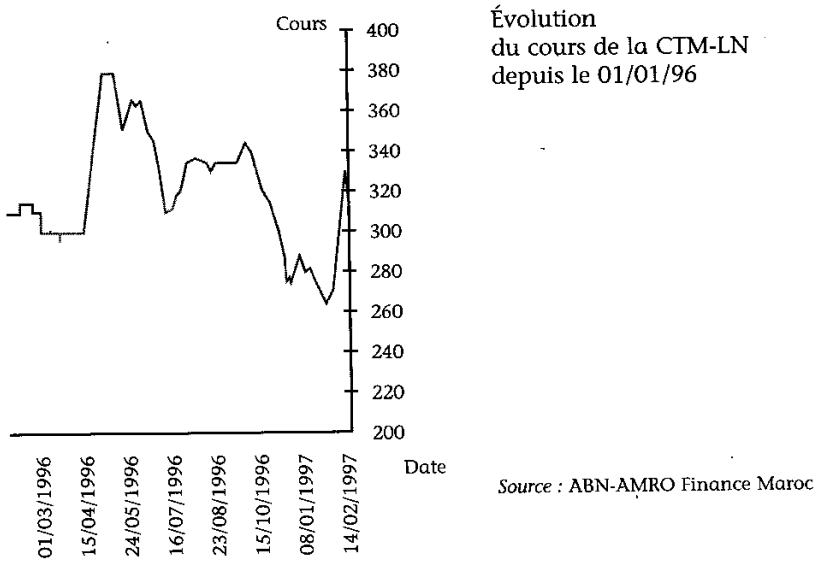
I – Présentation d'une série chronologique :

1- Les composantes d'une série chronologique :

Deux composantes caractérisent une série chronologique :
-le temps, considéré comme variable causale ;
-l'intensité du phénomène se rapportant à la période retenue, considérée comme variable dépendante. Cette intensité du phénomène (ou donnée) peut être :

- Rattaché à une date :

Exemple



Évolution
du cours de la CTM-LN
depuis le 01/01/96

Source : ABN-AMRO Finance Maroc

- relative à intervalle de temps
  - soit par mesure entière :

Exemple :

La pluviométrie à Agadir en mm^3

90-91	91-92	92-93	93-94	94-95
261,2 (*)	92,7 (*)	119,0 (*)	174,5 (*)	115,4 (*)

* Total des chutes de septembre à mai.

- soit sous forme de moyennes

Evolution du taux d'intérêt dans le système bancaire marocain

Année	1992	1993	1994	1995	1996
Taux d'intérêt%	15,14	14,95	13,90	13,90	13,23

2- Appréciation des fluctuations des séries chronologiques :

Toute série chronologique peut présenter quatre types de fluctuations :

- un mouvement de longue durée, de tendance séculaire ou « trend » ;
- un mouvement cyclique ;
- un mouvement saisonnier ;
- des variations accidentelles à caractère exceptionnel.

2-1- Le mouvement séculaire ou de longue durée « trend » :

L'examen des données annuelles de la série montre une tendance persistance de variation dans un sens déterminé se maintenant pendant une longue période (tendance durable à la croissance ou à la décroissance).

Exemple :

Evolution des déficits budgétaires 83-92 en % du P.I.B.

Années	En % PIB
1983	10,4
1984	6,6
1985	8,2
1986	4,8
1987	4,9
1988	4,5
1989	4,5
1990	4,4
1991	3,1
1992	2,1

- Le mouvement de longue durée est une diminution du déficit budgétaire.
- Un certain nombre de facteurs sont à l'origine de cette tendance :

- les privatisations ;
- la réforme fiscale ;

- la vérité des prix.

2-2- Le mouvement cyclique :

Il est composé de fluctuations plus ou moins longues comparant une phase de hausse et une phase de baisse. Ces fluctuations sont appelées cycliques (et non périodiques) car leur durée n'est pas absolument constante.

2-3- Le mouvement saisonnier :

Il est formé d'un ensemble de variation se reproduisant à intervalles de temps égaux, à des périodes bien déterminées de l'année, sous l'influence de facteurs généralement connus (conditions météorologiques ; habitudes de consommation : habillement, loisirs, vacances et activités touristiques).

2-4- Les variations accidentelles :

Elles sont dues à des facteurs exceptionnels internes ou externes, généralement imprévisibles (grève, guerre, sécheresse…) et dont l'influence peut être plus ou moins importante.

Exemple :

Evolution des recettes touristiques au Maroc (en millions de DH)

1990	10 548,-
1991	8 822,-
1992	11 706,2
1993	11 479,3

La chute de 1991 est due essentiellement à la guerre du Golfe.

3- Représentation graphique d'une série chronologique :

Les principes représentations graphiques sont :

- les graphiques à échelles arithmétiques ;
- les graphiques à échelles semi-logarithmiques ;
- les graphiques polaires.

II- Analyse d'une série chronologique et recherche de la tendance générale :

Cette analyse, qui porte sur les séries composées de données annuelles relatives à plusieurs années consécutives, consiste à déterminer la tendance générale ou « trend » et à étudier les variations cycliques par rapport à cette tendance. Diverses méthodes peuvent être utilisées, notamment :

-la méthode des moyennes mobiles

-la méthode des moindres carrés.

Exemple :

Evolution annuelle des exportations marocaines :

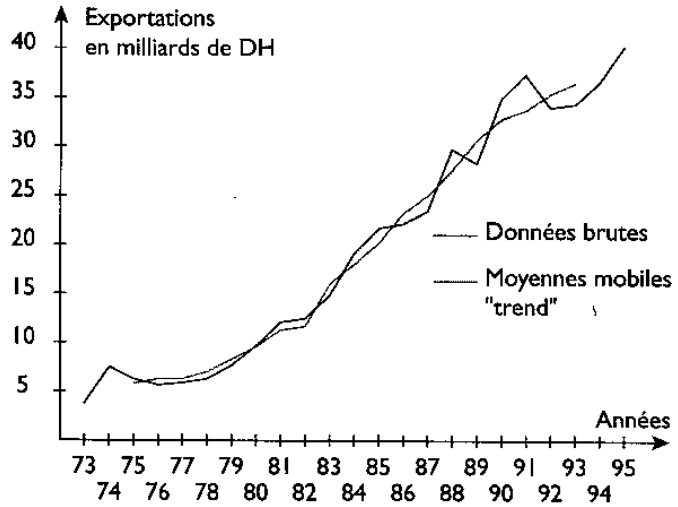
Année Montants exporté en millions DH	1973 3 746	1974 7 440	1975 6 238	1976 5 579	1977 5 859	1978 6 261	1979 7 622	1980 9 645
Année Montant exporté en millions DH	1981 12 002	1982 12 440	1983 14 783	1984 19 110	1985 21 740	1986 22 103	1987 23 390	1988 29 750
Année Montant exporté en millions DH	1989 28 271	1990 34 858	1991 37 283	1992 33 959	1993 34 366	1994 36 546	1995 40 240	

L'évolution annuelle des exportations marocaines présente des fluctuations (en hausse et en baisse) qu'il faut éliminer pour mettre en évidence l'allure générale de cette évolution.

1- Méthode des moyennes mobiles :

Faisons correspondre à la valeur médiane des cinq premières années la moyenne arithmétique des exportations de ces cinq années (de 1973 à 1977). Procédons de même de 1974 à 1978 et ainsi de suite (de 1975 à 1979, etc.).

Nous obtenons le tableau ci-dessous :



Années	Exportations en millions de DH	Moyennes Mobiles	Ecarts
1973	3 746	-	-
1974	7 440	-	-
1975	6 238	4 772,-	465,6
1976	5 579	6 275,-	-696,4
1977	5 859	6 311,8	-452,8
1978	6 261	6 993,2	-732,2
1979	7 622	8 277,8	-655,8
1980	9 645	9 594,-	51,-
1981	12 002	11 298,4	703,6
1982	12 440	11 667,-	773,-
1983	14 783	16 015,-	-1 232,-
1984	19 110	18 035,2	1 074,8
1985	21 740	20 225,2	1 514,8
1986	22 103	23 218,6	-1 115,6
1987	23 390	25 050,8	-1 660,8
1988	29 750	27 674,4	2 075,6
1989	28 271	30 710,4	-2 439,4
1990	34 858	32 824,2	- 033,8
1991	37 283	33 747,4	3 536,-
1992	33 959	35 402,4	-1 443,4
1993	34 366	36 478,8	-2 112,8
1994	36 546	-	-
1995	40 240	-	-

L'allure de la courbe des moyennes mobiles traduit une tendance générale à la hausse des exportations. La colonne des écarts met en évidence les fluctuations des exportations par rapport à la tendance.

2- Méthode des moindres carrés :

Année χ_i	Exportations en milliards de DH y_i	X_i	Y_i	X^2_i	$X_i Y_i$	Données ajustées
1	3,7	-11	-15,4	121	169,4	2,77
2	7,4	-10	-11,7	100	117,-	4,56
3	6,2	-9	-12,9	81	116,1	6,35
4	5,6	-8	-13,5	64	108,-	8,14
5	5,9	-7	-13,2	49	92,4	9,93
6	6,3	-6	-12,8	36	76,8	11,72
7	7,6	-5	-11,5	25	57,5	12,53
8	9,6	-4	-9,5	16	38,-	15,3
9	12,-	-3	-7,1	9	21,3	17,09
10	12,4	-2	-6,7	4	13,4	18,88
11	14,8	-1	-4,3	1	4,3	20,67
12	19,1	0	0	0	0	22,46
13	21,7	1	2,6	1	2,6	24,25
14	22,1	2	3	4	6	26,04
15	23,4	3	4,3	9	12,9	27,83
16	29,8	4	10,7	16	42,8	29,62
17	28,3	5	9,2	25	46,-	31,41
18	34,9	6	15,8	36	94,8	33,2
19	37,3	7	18,2	49	127,4	34,99
20	34,-	8	14,9	64	119,2	36,78
21	34,4	9	15,3	81	137,7	38,57
22	36,5	10	17,4	100	174,-	40,36
23	40,2	11	21,1	121	232,1	42,15
	-	0	22,5	1 012	1 809,7	-

Procédons à un changement d'origine en retenant pour nouvelle origine
$\chi_{12} = 12$, $y_i = 19,1$

Les coefficients de la droite de tendance sont :

$$a = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X^2_i} = \frac{1\,809,7}{1\,012} = 1,79$$

$$b = Y = \frac{22,5}{23} = 0,98$$

L'équation de la droite de tendance est

$$y = 1,79\,\chi + 0,98$$

Les données ajustées correspondent aux ordonnées, elles sont calculées d'après l'équation de la droite de tendance.

Exemples :

Année 1 : 1,79 x 1 + 0,98 = 2,77

Année 2 : 1,79 x 2 + 0,98 = 4,56

Année 23 : 1,79 x 23 + 0,98 = 42,15

La représentation graphique des données traitées et de la droite d'ajustement permet de mettre en évidence la tendance générale des exportations (mouvement de hausse) et les fluctuations par rapport à cette tendance.

III- Etude de l'influence saisonnière :

Cette étude porte sur les séries chronologiques à unité de temps courte (mois, jour, heure). Elle consiste à mettre en évidence le caractère saisonnier d'un phénomène et à l'éliminer pour obtenir une nouvelle série permettant de déterminer les autres mouvements.

Exemple :

Evolution des comptes courants postaux ouverts :

Mois	Nombre de comptes CCP ouverts			
	1989	1990	1991	1992
Janvier	2 309	1 830	2 717	1 873
Février	2 404	2 546	2 908	1 961
Mars	2 524	2 276	2 306	1 272
Avril	1 715	1 626	2 135	1 577
Mai	2 129	2 478	1 912	1 591
Juin	2 287	1 981	1 599	1 758
Juillet	1 662	1 224	1 359	1 606
Août	1 641	1 173	1 311	1 004
Septembre	1 992	1 447	1 343	1 254
Octobre	2 152	2 497	1 728	1 424
Novembre	2 725	2 494	1 510	1 535
Décembre	2 659	3 869	2 134	1 997
	26 199	26 441	22 962	18 846

1- Les coefficients saisonniers :

1- 1- Méthode des rapports au trend :

Les étapes de cette méthode sont les suivantes :

- Détermination de l'équation du trend par la méthode des moindres carrés

$$y = 0{,}056\ \chi + 1{,}95$$

- Calcul à l'aide de cette équation des données ajustées : nombre moyen mensuel de comptes ouverts

Exemple :

Mois 1 : 0,056 x 1 + 1,95 = 2
Mois 2 : 0,056 x 2 + 1,95 = 2,06…

- Calcul pour chaque mois du rapport entre le nombre de comptes effectivement ouverts et le nombre de comptes calculés à l'aide du trend (données ajustées). Le résultat obtenu est une série de quatre coefficients pour chacun des douze mois de l'année :

  4 coefficients pour janvier ;
  4 coefficients pour février…

- Calcul du coefficient saisonnier à affecter à chacun des 12 mois :

  - soit sous forme d'une moyenne arithmétique des 4 coefficients ;
  - soit leur médiane.

  Ici, nous retiendrons la moyenne arithmétique puisque le nombre d'observation est pair.

Tableaux récapitulatifs

Tableau 1

Mois χ_i	Nombre de comptes ouverts en milliers (1)	Données ajustées (2)	Rapport (1) /(2)	Mois χ_i	Nombre de comptes ouverts en milliers (1)	Données ajustées (2)	Rapport (1)/(2)	Mois χ_i	Nombre de comptes ouverts en milliers (1)	Données ajustées (2)	Rapport (1)/(2)
1	2,31	2	1,16	17	2,48	2,90	0,85	33	1,34	3,8	0,35
2	2,4	2,06	1,17	18	1,98	2,96	0,67	34	1,73	3,85	0,45
3	2,5	2,12	1,18	19	1,22	3,01	0,41	35	1,51	3,91	0,39
4	1,72	2,17	0,79	20	1,17	3,07	0,38	36	2,13	3,97	0,54
5	2,13	2,23	0,96	21	1,45	3,13	0,46	37	1,87	4,02	0,47
6	2,29	2,29	1,-	22	2,5	3,18	0,79	38	1,96	4,08	0,48
7	1,66	2,34	0,71	23	2,49	3,24	0,77	39	1,27	4,13	0,31
8	1,64	2,4	0,68	24	3,87	3,29	1,18	40	1,58	4,19	0,38
9	1,99	2,45	0,81	25	2,72	3,35	0,81	41	1,59	4,25	0,37
10	2,15	2,51	0,86	26	2,91	3,41	0,85	42	1,76	4,30	0,41
11	2,73	2,57	1,06	27	2,31	3,46	0,67	43	1,61	4,36	0,37
12	2,66	2,62	1,15	28	2,14	3,52	0,61	44	1,-	4,41	0,23
13	1,83	2,68	0,68	29	1,91	3,57	0,54	45	1,25	4,47	0,28
14	2,55	2,73	0,93	30	1,6	3,63	0,44	46	1,42	4,53	0,31
15	2,28	2,79	0,82	31	1,36	3,69	0,37	47	1,54	4,58	0,34
16	1,63	2,85	0,57	32	1,31	3,74	0,35	48	2,-	4,64	0,43

Tableau 2

Mois / Années	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1 (1989)	1,16	1,17	1,18	0,79	0,96	1	0,71	0,68	0,81	0,86	1,06	1,15
2 (1990)	0,68	0,93	0,82	0,57	0,85	0,67	0,41	0,38	0,46	0,79	0,77	1,18
3 (1991)	0,81	0,85	0,67	0,61	0,54	0,44	0,37	0,35	0,35	0,45	0,39	0,54
4 (1992)	0,47	0,48	0,31	0,38	0,37	0,41	0,37	0,23	0,28	0,31	0,34	0,43
Total	3,12	3,43	2,98	2,35	2,72	2,52	1,86	1,64	1,9	2,41	2,56	3,3
Coefficient Saisonnier = Moyenne arithmétique	0,78	0,86	0,75	0,59	0,68	0,63	0,47	0,41	0,48	0,60	0,64	0,83

D'après le trend, le nombre de comptes ouverts enregistre une forte chute entre juin et août et une forte reprise qui commence à partir du mois de septembre.

1-2- Méthode des chaînes de rapports :

Les étapes de la méthode sont :

- Calcul du rapport du nombre de comptes ouverts au cours du mois (n + 1) par rapport au nombre de comptes ouverts au cours du mois (n) (voir tableau ci-après).

Mois χ_i	Nombre de comptes ouverts en milliers y_i	Rapport $yi + {}_1/y_i$	Mois χ_i	Nombre de comptes ouverts en milliers y_i	Rapport $yi + {}_1/y_i$
1	2,31	-	25	2,72	0,70
2	2,4	1,04	26	2,91	1,07
3	2,5	1,04	27	2,31	0,79
4	1,72	0,69	28	2,14	0,93
5	2,13	1,24	29	1,91	0,89
6	2,29	1,08	30	1,6	0,84
7	1,66	0,72	31	1,36	0,85
8	1,64	0,99	32	1,31	0,96
9	1,99	1,21	33	1,34	1,02
10	2,15	1,08	34	1,73	1,29
11	2,73	1,27	35	1,51	0,87
12	2,66	0,97	36	2,13	1,41
13	1,83	0,69	37	1,87	0,88
14	2,55	1,39	38	1,96	1,05
15	2,28	0,89	39	1,27	0,65
16	1,63	0,71	40	1,58	1,24
17	2,48	1,52	41	1,59	1,01
18	1,98	0,8	42	1,76	1,11
19	1,22	0,62	43	1,61	0,91
20	1,17	0,96	44	1,-	0,62
21	1,45	1,24	45	1,25	1 ,25
22	2,5	1,72	46	1,42	1,14
23	2,49	1,-	47	1,54	1,08
24	3,87	1,55	48	2,-	1,3

- Classement des rapports obtenus par ordre décroissant en deux zones : zone inférieure à 1 et zone supérieure ou égale à 1.

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
	1,39							1,25	1,72		
	1,07	1,04	1,24	1,52	1,11			1,24	1,29	1,27	1,55
	1,05			1,24	1,08			1,21	1,14	1,08	1,41
	1,04			1,01				1,02	1,08	1	1,3
0,88		0,89	0,93	0,89	0,84	0,91	0,99			0,87	0,97
0,70		0,79	0,71		0,8	0,85	0,96				
0,69		0,65	0,69			0,72	0,96				
						0,62	0,62				

Les variations saisonnières les plus instables sont celles constatées au cours de juillet, août (fléchissements) et au cours de septembre, octobre (reprises).

- Calcul pour chaque mois du rapport médian (ou de la moyenne arithmétique)

Mois / Rapport	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
médian	0,70	1,06	0,84	0,82	1,13	0,96	0,79	0,96	1,23	1,22	1,04	1,36

Ces rapports sont à l'origine de la forme $\frac{M_{n+1}}{M}$

Ex : $\frac{F}{J} = 1{,}06$, $\frac{M}{F} = 0{,}84\ldots$

- Calcul du rapport de chacun des 12 mois par rapport au mois de janvier :

$$\frac{F}{J} = 1{,}06$$

$$\frac{\text{Mars}}{J} = \frac{F}{J} \times \frac{M}{F} = 1{,}06 \times 0{,}84 = 0{,}89$$

$$\frac{\text{Avril}}{J} = \frac{M}{J} \times \frac{A}{M} = 0{,}89 \times 0{,}82 = 0{,}73$$

$$\frac{\text{Mai}}{J} = \frac{A}{J} \times \frac{M}{A} = 0{,}73 \times 1{,}13 = 0{,}82$$

$$\frac{\text{Juin}}{J} = \frac{M}{J} \times \frac{J}{M} = 0{,}82 \times 0{,}96 = 0{,}79$$

$$\frac{\text{Juillet}}{J} = \frac{J_n}{J_r} \times \frac{J_t}{J_n} = 0,79 \times 0,79 = 0,62$$

$$\frac{\text{Août}}{J} = \frac{J_t}{J} \times \frac{A}{J_t} = 0,62 \times 0,96 = 0,60$$

$$\frac{\text{Septembre}}{J} = \frac{A}{J} \times \frac{S}{A} = 0,60 \times 1,23 = 0,74$$

$$\frac{\text{Octobre}}{J} = \frac{S}{J} \times \frac{O}{S} = 0,74 \times 1,22 = 0,90$$

$$\frac{\text{Novembre}}{J} = \frac{O}{J} \times \frac{N}{O} = 0,90 \times 1,04 = 0,94$$

$$\frac{\text{Décembre}}{J} = \frac{N}{J} \times \frac{D}{N} = 0,94 \times 1,36 = 1,28$$

(*) Les coefficients (indices) sont calculés sur la base 1 au mois de janvier.

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1	1,06	0,89	0,73	0,82	0,79	0,62	0,60	0,74	0,90	0,94	1,28

- Vérification de l'influence du facteur saisonnier en effectuant le calcul suivant :

$$\frac{\text{Décembre}}{\text{Janvier}} \times \frac{\text{Janvier}}{\text{Décembre}} = 0,70 \times 1,28$$

$$= 0,90$$

S'il n'y avait eu aucun autre facteur que le facteur saisonnier, nous aurions dû trouver 1.

- Elimination des effets des autres facteurs (longue durée, cyclique) en majorant chaque coefficient par la différence en 1 et 0,90, soit 0,1.

Le tableau précédent devient :

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1,1	1,16	0,99	0,83	0,92	0,89	0,72	0,70	0,84	1	1,04	1,38

- Calcul de la moyenne arithmétique simple des coefficients précédents

$$\bar{C} = \frac{11,57}{12} = 0,96$$

- Ajuster les coefficients précédents en divisant chacun par 0,96 de telle sorte que leur moyenne arithmétique soit égale à 1.

Après ce calcul, le tableau précédent devient :

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Coefficients saisonniers	1,15	1,21	1,03	0,86	0,96	0,93	0,75	0,73	0,88	1,04	1,08	1,44

Ce sont les coefficients saisonniers de la série statistique des comptes CCP ouverts.

On notera que l'allure du trend indiquée par ces coefficients confirme celle indiquée par les coefficients déterminés par la méthode des rapports.

2- La désaisonnalisation :

Elle consiste à éliminer l'influence saisonnière en divisant les données relatives à chaque mois par le coefficient saisonnier du mois correspondant.

Exemple :

$$\text{Janvier } \frac{2,31}{1,15} = 2,01$$

Après calcul, on obtient le tableau suivant :

Mois / Années	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1	2,01	1,98	2,43	2	2,22	2,46	2,21	2,25	2,26	2,07	2,53	1,85
2	1,59	2,11	2,21	1,9	2,58	2,13	1,63	1,60	1,65	2,40	2,31	2,67
3	2,37	2,41	2,24	2,49	1,99	1,72	1,81	1,79	1,52	1,66	1,4	1,48
4	1,63	1,62	1,23	1,84	1,66	1,89	2,15	1,37	1,42	1,37	1,43	1,39

IV – Ajustement d'une série chronologique par la méthode des moindres carrés :

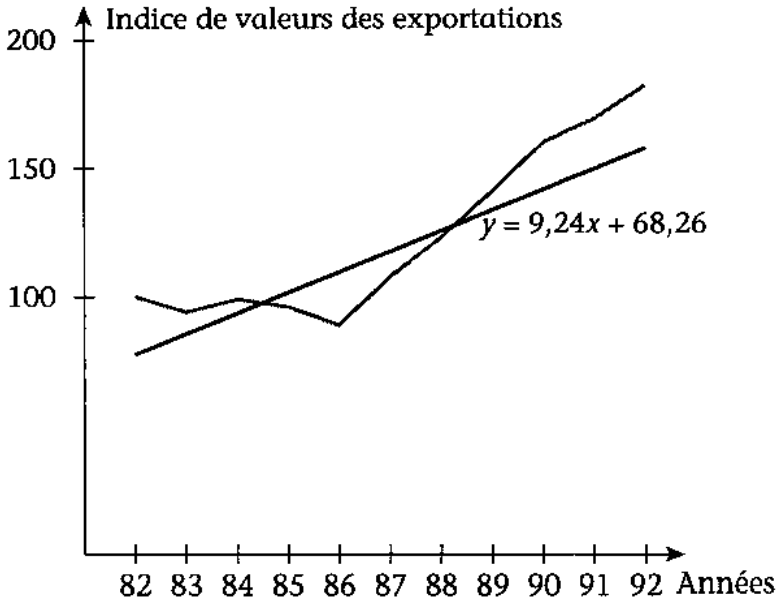
Exemple :

Vous disposez dans le tableau suivant des données relatives à l'évolution des indices de valeur des exportations des pays sous-développés sur la période 1982-1992 :

Années	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
Indices de valeur des exportations	100	94	99	96	89	108	123	141	160	169	182

La série entière et le graphique qui en découle montrent un accroissement soutenu des valeurs de l'indice des exportations à partir de 1987.

La plupart du temps, l'étude d'un mouvement de longue durée amène à la détermination de la droite de tendance (ou trend) par la méthode des moindres carrées.



Années (χ_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	66
Indices de valeur (y_i) des exportations	100	94	99	96	89	108	123	141	160	169	182	1 361
χ^2_i	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	506
$\chi_i y_i$	100	188	297	384	445	648	861	1 128	1 440	1 690	2 002	9 183

$$\bar{\chi} = \frac{66}{11} = 6 \; ; \; \bar{y} = \frac{1\,361}{11} = 123{,}7 \; ; \; a = \frac{\sum \chi_i y_i - \bar{\chi} \sum y_i}{\sum \chi^2_i - \bar{\chi} \sum \chi_i} \; ; \; a = \frac{9\,183 - (6 \times 1\,361)}{506 - (6 \times 66)}$$

$a = 9{,}24$; $b = \bar{y} - a\,\bar{t} = 68{,}26$; $y = 9{,}24\,\chi + 68{,}26$.

Remarques :

L'application de la méthode des moindres carrés nécessite certaines précautions dans le cas des séries chronologiques :

-elle ne peut être utilisée que pour une période où le mouvement a lieu entièrement dans le même sens (Un examen sommaire des données permet de savoir si cette condition est remplie) ;

-dans le cas où une première partie des données correspond à un mouvement ascendant puis une autre partie à un mouvement descendant, deux droites devront être ajustées à ces données. On préconisera dans ce cas la combinaison de deux méthodes : moyennes mobiles et moindres carrés.

V- Essai de prévision à partir de la connaissance du trend et des coefficients saisonniers :

Il ne peut y avoir de prévisions que si, pour une série chronologique donnée :

- on peut émettre valablement que les années à venir connaîtront la même tendance générale que les années précédentes ;
- le calcul des coefficients saisonniers mensuels est fait correctement.

- Reprenons l'exemple de l'évolution des comptes courants postaux.

Supposant que nous désirons prévoir le nombre de comptes chèques postaux qui seront ouverts pendant le mois de septembre de l'année 5 (1993), première année à venir après les quatre années étudiées (1989,1990, 1991, 1992).

L'équation du trend calculée par la méthode des moindres carrés est $y = 0{,}056\ \chi + 1{,}95$.

Le mois de septembre est le mois de rang 57 (9 mois après décembre 1992 dont le rang était 48).

Remplaçons χ par 57 dans la fonction précédente ; nous obtenons :

$y = (0{,}056 \times 57) + 1{,}95 = 5{,}142$

Affectons ensuite ce résultat au coefficient saisonnier propre au mois de septembre (moyenne arithmétique des quatre coefficients saisonniers calculés en septembre 1989, 1990, 1991 et 1992) :

$0{,}81 + 0{,}46 + 0{,}35 + 0{,}28 = 1{,}90$

Moyenne arithmétique : $\dfrac{1{,}90}{4} = 0{,}475$

d'où $5{,}142 \times 0{,}475 = 2{,}442$ (en milliers).

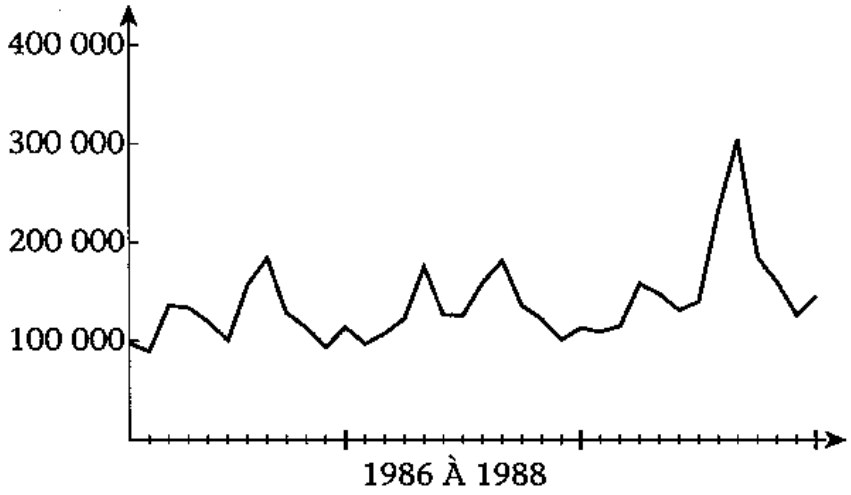
Compte tenu des hypothèses ainsi faites, on peut estimer que 2 442 comptes chèques postaux seront ouverts en septembre 1993.

- Autre application :
  Soit la série chronologique suivante, représentant l'évolution mensuelle des entrées de touristes au Maroc de 1986 à 1988

Entrée de touristes au Maroc

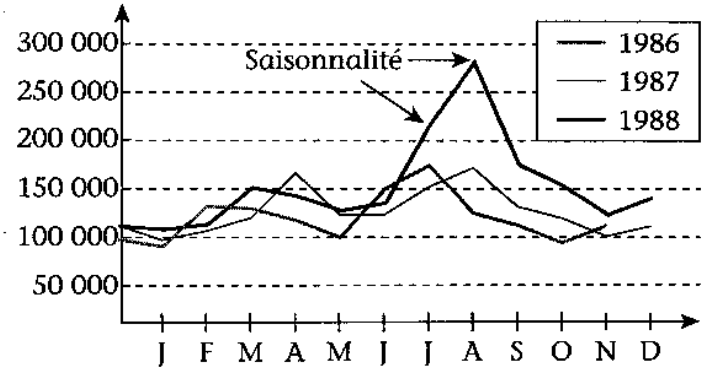
Mois/Années	1986	1987	1988
Janvier	97 753	96 852	109 388
Février	89 122	107 288	115 266
Mars	135 771	122 701	158 266
Avril	133 343	174 966	148 889
Mai	119 589	126 310	131 118
Juin	105 313	126 173	140 624
Juillet	156 424	158 990	232 066
Août	184 030	181 319	305 361
Septembre	128 208	135 550	185 024
Octobre	113 806	122 168	160 874
Novembre	93 497	101 004	126 253
Décembre	113 781	112 933	146 800
Total	1 470 637	1 566 254	1 959 929

Graphe représentatif de cette série chronologique : Entrée mensuelles de touristes au Maroc



Equation du trend :
$y = 0{,}447\ \chi + 130{,}5$

Recherche de la saisonnalité sur les entrées de touristes au Maroc



La superposition des courbes annuelles montre qu'il existe une saisonnalité évidente et forte en juillet, août et septembre.

Nous voulons prévoir le nombre de touristes du mois d'août 1991 à partir des données de la série chronologique relative aux entrées de 1986, 1987 et 1988. Pour cela, il suffit d'effectuer les calculs suivants :

- Calcul de l'équation de la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés, soit (χ étant le rang du mois) $y = 0{,}447\ \chi + 130{,}50$;
- Calcul des données ajustées en remplaçant χ dans l'équation par le rang du mois ;
- Calcul du rapport entre les entrées effectuées des trimestres et les données ajustées ;
- Calcul des coefficients saisonniers, obtenus à partir de la moyenne arithmétique des données du rapport des entrées effectives de touristes et des données ajustées pour chaque mois, ce qui donne le tableau suivant :

Mois / Années	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1	0,75	0,68	1,03	1,00	0,90	0,80	1,17	1,37	0,95	0,84	0,69	0,84
2	0,71	0,78	0,90	1,27	0,92	0,91	1,14	1,30	0,97	0,87	0,72	0,80
3	0,77	0,81	1,11	1,04	0,91	0,98	1,60	2,10	1,27	1,10	0,86	1,00
Total	2,23	2,27	3,04	3,31	2,73	2,69	3,91	4,77	3,19	2,81	2,27	2,64
Coefficients saisonniers	0,74	0,76	1,01	1,10	0,91	0,90	1,30	1,59	1,06	0,94	0,76	0,88

Prévision : Août 1991 est le mois de rang 68 ; si on remplace χ dans l'équation par 68, on obtient :

$y = 0{,}447\ n + 130{,}5$

$= 0{,}447 \times 68 + 130{,}5 = 160{,}896$, soit 160 896.

Affectons ensuite ce résultat au coefficient saisonnier du mois d'août, nous obtenons :

$160\ 896 \times 1{,}59 = 255\ 824$ touristes.

Donc, d'après les prévisions faites à partir des données de 1986, 1987 et 1988, on peut estimer le nombre de tourismes en août 1991 à 256 000.

Le nombre de touristes du mois d'août 2000 peut être estimé à :

$y = 0{,}447 \times 236 + 130{,}5 = 235\ 992$, soit 235 992, le rang du mois d'août 2000 étant 236.

En appliquant à ce résultat le coefficient saisonnier du mois d'août, on obtient $235\ 992 \times 1{,}59 = 375\ 227$ touristes.

VI – Comparaison des séries chronologiques :

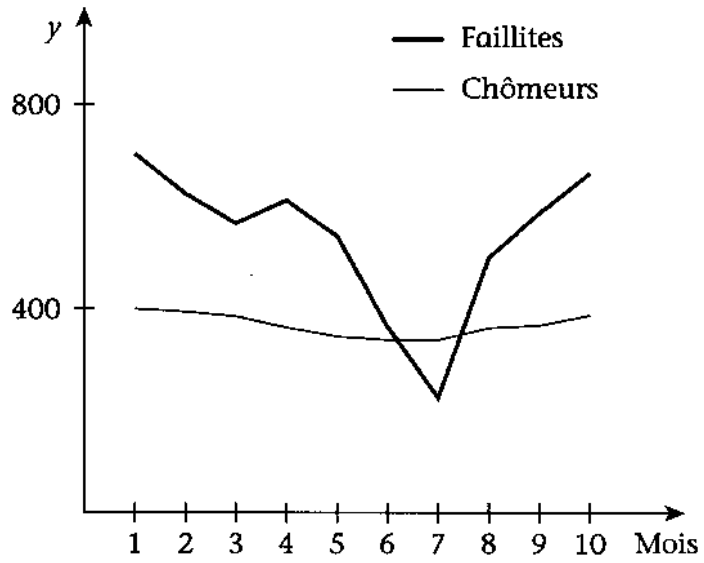
Il est difficile de comparer deux séries chronologiques à l'aide de leurs graphiques par rapport à des axes à échelles arithmétiques. Cette difficulté due aux différences importantes pouvant exister entre les données des deux séries ne peut être contournée que par l'emploi d'échelles logarithmiques. Il est cependant possible d'arriver à une comparaison en usant d'un artifice : celui-ci consiste à calculer pour chacune des séries la moyenne et l'écart type, puis les déviations des données par rapport à la moyenne. En

divisant ensuite ces déviations par l'écart type de la série correspondante, on obtient deux nouvelles séries qu'il suffit de représenter graphiquement pour les comparer.

Exemple :

Considérons pour une année donnée le nombre de faillites déclarées et le nombre de chômeurs secours pendant la même période (10 mois) dans le même pays.

	Mars	Avril	Mai	Juin	juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Faillites	703	625	567	613	542	365	225	500	586	664
Chômeurs (en milliers)	401	394	385	363	345	338	338	362	367	387



La comparaison des deux séries est gênée par le fait que :

- les chiffres des deux séries ont des ordres de grandeur différents, donc leurs moyennes arithmétiques sont différentes ;
- dans chaque série, les études à la moyenne arithmétique diffèrent (dont dispersion différente).

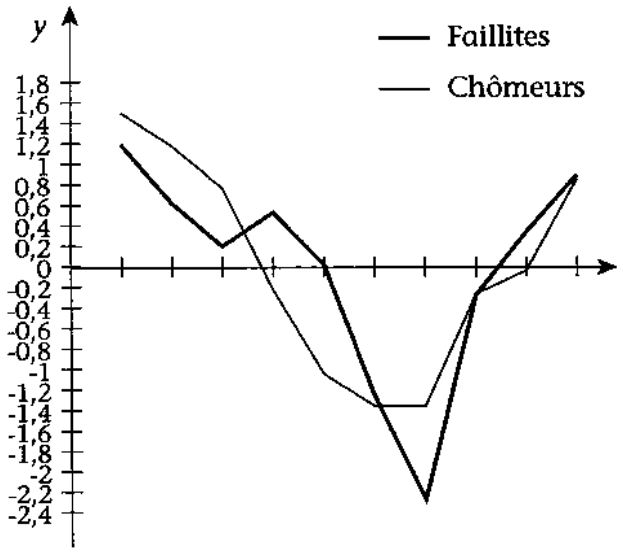
- Nous commencerons par déterminer la moyenne et l'écart type de chacune des séries :
  Faillites : moyennes 539. Ecart type : 137,4
  Chômeurs : moyenne 368. Ecart type : 21,9
- Nous procéderons ensuite aux changements de variables suivants (déviations par rapport à la moyenne divisées par l'écart type) :

1er série (faillites) X_i : $X_i = \dfrac{\chi_i - \overline{\chi}}{\sigma_\chi}$

2ème série (chômeurs) Y_i : $Y_i = \dfrac{y_i - \overline{y}}{\sigma_y}$

- Ainsi, nous comparerons deux nouvelles variables X et Y, toutes deux de moyenne égale à 0, toutes deux d'écart type égal à 1 et en conséquence telles que les écarts des valeurs des variables par rapport à leur moyenne arithmétique respective soient mesurés en écarts types, donc plus facilement comparables.

	Mars	Avril	Mai	Juin	juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Faillites	1,19	0,62	0,2	0,53	0,02	- 1,26	- 2,28	- 0,28	0,34	0,90
Chômeurs	1,50	1,18	0,77	- 0,23	- 1,05	- 1,36	- 1,36	- 0,27	- 0,04	- 0,86



La représentation classique des deux nouvelles séries obtenues donne deux courbes qui ont sensiblement la même allure.

Nous pouvons en conclure qu'il y a une corrélation entre les deux faits examinés.

VII- Covariation de deux séries chronologiques coefficient de covariation :

Quand il y a corrélation entre deux séries chronologiques (c'est, en fait, le problème que nous venons d'évoquer), cette corrélation prend le nom de covariation.

Elle est caractérisée par un coefficient de covariation analogue au coefficient de corrélation.

$$C = \frac{\sum (\chi_i - \overline{\chi})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum (\chi_i - \overline{\chi})^2 (y_i - \overline{y})^2}}$$

Exemple précédent :

Calcule du coefficient de covariation

$\chi_i - \bar{\chi}$	$y_i - \bar{y}$	$(\chi_i - \bar{\chi})(y_i - \bar{y})$	$(\chi_i - \bar{\chi})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
164	33	5 412	26 896	1 089
86	26	2 236	7 396	676
28	17	476	784	289
74	- 5	- 370	5 476	25
3	- 23	- 69	9	529
- 174	- 30	5 220	30 276	900
- 314	- 30	9 420	98 596	900
- 39	- 6	234	1 521	36
47	- 1	- 47	2 209	1
125	19	2 375	15 625	361
		24 887	188 788	4 006

$$C = \frac{24\,887}{\sqrt{188\,788 \times 4\,006}} = \frac{24\,887}{27\,500{,}63} = 0{,}90$$

Remarque :

- Le coefficient de covariation est du signe du numérateur :
  - lorsqu'il est positif, il marque une liaison (corrélation) entre les deux séries étudiées (ce qui est le cas pour la série étudiée où il avait été mis en évidence au niveau graphique).
- Le coefficient de covariation est toujours compris entre – 1 et + 1.